

## билет 25

### Равенство средних при известных дисперсиях

В случае, когда дисперсии известны, для проверки гипотезы о равенстве разности средних некоторому значению применяется статистика:

$$z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}},$$

где

$\bar{x}_1$  и  $\bar{x}_2$  - выборочные средние,

$\mu_1$  и  $\mu_2$  - гипотетические генеральные средние,

$n_1$  и  $n_2$  - объемы выборок,

$\sigma_1^2$  и  $\sigma_2^2$  - известные генеральные дисперсии.

### Дисперсии неизвестны, но равны

#### Теорема

В случае, когда дисперсии неизвестны, но равны, для проверки гипотезы применяется статистика:

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \sim t(n_1 + n_2 - 2)$$

где

$\bar{x}_1$  и  $\bar{x}_2$  - выборочные средние,

$\mu_1$  и  $\mu_2$  - гипотетические генеральные средние,

$n_1$  и  $n_2$  - объемы выборок,

$s_p^2$  - объединённая оценка дисперсии.

Вычисляется объединённая оценка дисперсии по формуле:

$$s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2},$$

где  $s_1^2$  и  $s_2^2$  - выборочные дисперсии.

### Дисперсии неизвестны и не предполагаются равными

- В самом общем случае, когда дисперсии неизвестны и не равны, точный критерий для проверки гипотезы о равенстве средних указать трудно. В этом случае пользуются приближительными формулами.
- Как и следовало ожидать для проверки гипотезы применяется  $t$ -статистика, в которой вместо теоретических значений дисперсий стоят выборочные оценки, то есть статистика критерия имеет вид

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

#### Теорема

Для проверки гипотезы о равенстве дисперсий  $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$

используется статистика  $F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$ , которая имеет распределение Фишера с числом степеней свободы числителя  $n_1 - 1$  и знаменателя  $n_2 - 1$ .

Здесь  $\sigma_1^2$  и  $\sigma_2^2$  - дисперсии генеральных совокупностей,  $s_1^2$  и  $s_2^2$  - выборочные дисперсии,  $n_1$  и  $n_2$  - объемы выборок. Без ограничения общности считаем, что  $s_1^2 > s_2^2$ .

