



Методы построения точечных оценок. Метод моментов, метод максимального правдоподобия, метод наименьших квадратов, метод наименьших абсолютных отклонений, метод минимакса.

Точечные оценки и требования к ним

Точечной оценкой $\hat{\theta}$ называют некоторую вектор – функцию результатов наблюдения $\hat{\theta}(x_1, \dots, x_n)$, значения компонент которой принимают за наилучшее приближение, в данных условиях, к значениям компонент вектора θ параметров генеральной совокупности.

Свойства оценок

1. Оценка $\hat{\theta}$ параметра θ называется **состоятельной**, если она удовлетворяет закону больших чисел, т. е. сходится по вероятности к оцениваемому параметру:

$$\lim P\{|\hat{\theta} - \theta| < \varepsilon\} = 1 \text{ или } \hat{\theta} \xrightarrow{P} \theta$$

2. Оценка $\hat{\theta}$ параметра θ называется **несмещенной**, если ее математическое ожидание равно оцениваемому параметру, т. е. если выполняется равенство

$$M(\hat{\theta}) = \theta.$$

Если данное равенство не выполняется, то оценку будут называть смещенной.

3. Несмещенная оценка $\hat{\theta}$ параметра θ называется **эффективной**, если она имеет наименьшую дисперсию среди всех возможных несмещенных оценок параметра θ , вычисленных по выборкам одного и того же объема n .

$$D(\hat{\theta}_n) \rightarrow \min.$$

11

Метод моментов

Имеется выборка (x_1, \dots, x_n) из исследуемой генеральной совокупности. На ее основе вычисляются m начальных моментов a_1, \dots, a_m . Так как вид генерального закона известен, то, следовательно, можно найти m первых начальных генеральных моментов $\alpha_1(\theta_1, \dots, \theta_m), \dots, \alpha_m(\theta_1, \dots, \theta_m)$, которые выражаются через неизвестные параметры. Выборочные и генеральные моменты одинакового порядка приравняются:

$$\begin{cases} \alpha_1(\theta_1, \dots, \theta_m) = a_1, \\ \vdots \\ \alpha_m(\theta_1, \dots, \theta_m) = a_m. \end{cases} \quad (1)$$

Получили систему m уравнений с неизвестными величинами $\theta_1, \dots, \theta_m$. Решение $(\hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_m)$ этой системы дает оценки $\hat{\theta}_i = \hat{\theta}_i(x_1, \dots, x_n)$ неизвестных параметров θ_i ($i = 1, \dots, m$).

Метод максимального правдоподобия

► Способ 1

► Способ 2

Метод наименьших квадратов

Главное, что нам нужно сделать, – это найти такие коэффициенты линейной зависимости, при которых значение функции двух переменных

$$F(a, b) = \sum_{i=1}^n (y_i - (ax_i + b))^2$$

будет наименьшим. Иначе говоря, при определенных значениях a и b сумма квадратов отклонений представленных данных от получившейся прямой будет иметь минимальное значение. В этом и состоит смысл метода наименьших квадратов. Все, что нам надо сделать для решения примера – это найти экстремум функции двух переменных.

Метод наименьших абсолютных отклонений

Предположим, что набор данных состоит из точек (x_i, y_i) с $i = 1, 2, \dots, n$. Мы хотим найти функцию f такую, что

$$f(x_i) \approx y_i.$$

Для достижения этой цели мы предполагаем, что функция f имеет определенный вид, содержащий некоторые параметры, которые необходимо определить. Например, простейшая форма будет линейной: $f(x) = bx + c$, где b и c - параметры, значения которых неизвестны, но которые мы хотели бы оценить. Проще говоря, предположим, что $f(x)$ квадратичная, что означает, что $f(x) = ax^2 + bx + c$, где a , b и c еще не известны. (В более общем смысле, может быть не один объяснитель x , а несколько объяснителей, и все они появляются как аргументы функции f .)

Теперь мы ищем оценочные значения неизвестных параметров, которые минимизируют сумму абсолютных значений остатков:

$$S = \sum_{i=1}^n |y_i - f(x_i)|.$$

Метод минимакса

Суть этого метода заключается в следующем:

- среди данных об объеме производства и затратах за период выбираются минимальные и максимальные значения;
- находятся разности в уровнях затрат и объема производства;
- определяется ставка переменных расходов, приходящаяся на одну единицу продукции как частное от деления разности в уровнях затрат за период к разнице в уровнях объема производства;
- определяется общая величина переменных расходов на минимальный (максимальный) объем производства путем умножения величины переменных расходов, приходящейся на одно изделие на соответствующий объем производства;
- определяется общая величина постоянных расходов;
- составляется уравнение затрат, отражающее зависимость затрат от изменения объема производства.

<https://hmath.spbstu.ru/userfiles/files/documents/collection/4/methods.pdf>

<https://natalibrilenova.ru/metod-momentov/?ysclid=l4re2eiuwc835238672>

https://spravochnik.ru/ekonomika/metod_maksimalnogo_pravdopodobiya_s_primerami/

<https://zaochnik.com/spravochnik/matematika/stati/metod-naimenshih-kvadratov/?ysclid=l4rezoxe33546461269>

https://bstudy.net/621372/ekonomika/minimaksnyy_metod?