



## Непараметрические критерии: критерий знаков, Уилкоксона, Манна-Уитни. Критерий Пирсона о независимости событий. Ранговые коэффициенты корреляции.

Непараметрические методы разработаны для тех ситуаций, когда исследователь ничего не знает о параметрах исследуемой популяции (отсюда и название методов - непараметрические). Говоря более специальным языком, **непараметрические методы** не основываются на оценке параметров (таких как среднее или стандартное отклонение) при описании выборочного распределения интересующей величины.

### Критерий знаков (G-критерий)

Критерий предназначен для сравнения состояния некоторого свойства у членов двух **зависимых выборок** на основе измерений, сделанных по шкале не ниже ранговой.

#### Применение:

Имеется две серии наблюдений над случайными переменными  $X$  и  $Y$ , полученные при рассмотрении двух **зависимых выборок**. На их основе составлено  $N$  пар вида  $(x_i, y_i)$ , где  $x_i, y_i$  — результаты двукратного измерения одного и того же свойства у одного и того же объекта.

Элементы каждой пары  $x_i, y_i$  сравниваются между собой по величине, и паре присваивается знак «+», если  $x_i < y_i$ , знак «—», если  $x_i > y_i$  и «0», если  $x_i = y_i$

**Нулевая гипотеза** формулируется следующим образом: в состоянии изучаемого свойства нет значимых различий при первичном и вторичном измерениях. Альтернативная гипотеза: законы распределения величин  $X$  и  $Y$  различны, т. е. состояния изучаемого свойства существенно различны в одной и той же совокупности при первичном и вторичном измерениях этого свойства.

**Статистика критерия (T)** определяется следующим образом:

допустим, что из  $N$  пар  $(x, y)$  нашлось несколько пар, в которых значения  $x_i$  и  $y_i$  равны. Такие пары обозначаются знаком «0» и при подсчете значения величины  $T$  не учитываются. Предположим, что за вычетом из числа  $N$  числа пар, обозначенных знаком «0», осталось всего  $n$  пар. Среди оставшихся  $n$  пар подсчитаем число пар, обозначенных знаком «-», т.е. пары, в которых  $x_i < y_i$ . Значение величины  $T$  и равно числу пар со знаком минус.

Нулевая гипотеза принимается на уровне значимости 0,05, если наблюдаемое значение  $T < n \cdot t_\alpha$ , где значение  $n \cdot t_\alpha$  определяется из статистических таблиц для критерия знаков

**Ограничения критерия знаков:** Количество наблюдений в обоих замерах - не менее 5 и не более 300.

### Критерий Уилкоксона

**Зачем:** Данная методика позволяет оценить различия между двумя признаками, рядами изменений, которые были выполнены в отношении выборки. **Условия использования:**

Важным условием применения приема является то, что экспериментальная часть должна проводиться неоднократно в разное время и в разных условиях. Такой подход позволяет установить изменения не только факторов, но и их влияние на конечный результат, а также приверженность объектов исследования определенной тенденции.

**Ограничения в применении T-критерия Вилкоксона**

1. Минимальное количество испытуемых, прошедших измерения в двух условиях – 5 человек. Максимальное количество испытуемых – 50 человек, что диктуется верхней границей имеющихся таблиц.
2. Нулевые сдвиги из рассмотрения исключаются, и количество наблюдений уменьшается на количество этих нулевых сдвигов. Можно обойти это ограничение, сформулировав гипотезы, включающие отсутствие изменений, например: "Сдвиг в сторону увеличения значений превышает сдвиг в сторону уменьшения значений и тенденцию сохранения их на прежнем уровне".

**Алгоритм применения:**

1. Составить список испытуемых в любом порядке, например, алфавитном.
2. Вычислить разность между индивидуальными значениями во втором и первом замерах ("после" – "до"). Определить, что будет считаться "типичным" сдвигом и сформулировать соответствующие гипотезы.
3. Перевести разности в абсолютные величины и записать их отдельным столбцом (иначе трудно отвлечься от знака разности).

4. Проранжировать абсолютные величины разностей, начисляя меньшему значению меньший ранг. Проверить совпадение полученной суммы рангов с расчетной.
5. Отметить кружками или другими знаками ранги, соответствующие сдвигам в "нетипичном" направлении.
6. Подсчитать сумму этих рангов по формуле:  $T = \sum Rr$ , где  $Rr$  – ранговые значения сдвигов с более редким знаком.
7. Определить критические значения  $T$  для данного по таблице. Если  $T_{\text{эмп.}}$  меньше или равен  $T_{\text{кр.}}$ , сдвиг в "типичную" сторону по интенсивности достоверно преобладает.

### Критерий Пирсона о независимости событий

Критерий хи-квадрат Пирсона ( $\chi^2$ ) – это статистический тест, применяемый к наборам категориальных данных для оценки вероятности того, что любое наблюдаемое различие между наборами возникло случайно.

• Тест на независимость оценивает, являются ли наблюдения, состоящие из мер по двум переменным, выраженным в таблице непредвиденных обстоятельств, независимыми друг от друга (например, опрос ответов людей разных национальностей, чтобы увидеть, связана ли их национальность с ответом).

#### Ход действий:

1. Рассчитайте статистику критерия хи-квадрат  $\chi^2$ , который напоминает нормированную сумму квадратов отклонений между наблюдаемой и теоретической частотами (см. ниже).
2. Для проверки независимости  $df = (Rows - 1) \times (Cols - 1)$ , где в этом случае  $Rows$  соответствует количеству категорий в одной переменной, а  $Cols$  соответствует количеству категорий во второй переменной.
3. Выберите желаемый уровень достоверности (уровень значимости,  $p$ -значение или соответствующий  $\alpha$ -уровень) для результата теста.
4. Сравнить  $\chi^2$  к критическому значению из распределения хи-квадрат со степенями свободы  $df$  и выбранным уровнем достоверности (односторонний, поскольку тест является только одним направлением, т.е. больше ли тестовое значение, чем критическое значение?), что во многих случаях дает хорошее приближение распределения  $\chi^2$ .
5. Подтвердите или отвергните нулевую гипотезу о том, что наблюдаемое частотное распределение совпадает с теоретическим распределением на основе того, превышает ли тестовая статистика критическое значение  $\chi^2$ . Если статистика теста превышает критическое значение  $\chi^2$ , нулевая гипотеза ( $H_0$  = нет разницы между распределениями) можно отклонить, а альтернативную гипотезу ( $H_1$  = Есть эта разница между распределениями) может быть принято, как с выбранным уровнем доверия. Если статистика теста опускается ниже порога  $\chi^2$  значение, то нельзя сделать однозначный вывод, и нулевая гипотеза поддерживается (мы не смогли отвергнуть нулевую гипотезу), но не обязательно принимается.

### Коэффициент корреляции Спирмена

Ранговая корреляция – это метод корреляционного анализа, отражающий отношения переменных, упорядоченных по возрастанию их значения.

Ранги – это порядковые номера единиц совокупности в ранжированном ряду. Если проранжировать совокупность по двум признакам, связь между которыми изучается, то полное совпадение рангов означает максимально тесную прямую связь, а полная противоположность рангов – максимально тесную обратную связь. Ранжировать оба признака необходимо в одном и том же порядке: либо от меньших значений признака к большему, либо наоборот.

Для практических целей использование ранговой корреляции весьма полезно. Например, если установлена высокая ранговая корреляция между двумя качественными признаками изделий, то достаточно контролировать изделия только по одному из признаков, что удешевляет и ускоряет контроль.

Величина коэффициента корреляции Спирмена лежит в интервале +1 и -1. Он может быть положительным и отрицательным, характеризуя направленность связи между двумя признаками, измеренными в ранговой шкале.

Ранговый коэффициент корреляции Спирмена подсчитывается по формуле:

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n^3 - n}$$

$d$  – разность между рангами по двум переменным

$n$  – число сопоставляемых пар

Первым этапом расчета коэффициента ранговой корреляции является ранжирование рядов переменных. Процедура ранжирования начинается с расположения переменных по возрастанию их значений. Разным значениям присваиваются ранги, обозначаемые натуральными числами. Если встречается несколько равных по значению переменных, им присваивается усредненный ранг.

Преимущество коэффициента корреляции рангов Спирмена состоит в том, что ранжировать можно и по таким признакам, которые нельзя выразить численно: можно проранжировать кандидатов на занятие определенной должности по профессиональному уровню, по умению руководить коллективом, по личному обаянию и т. п.

<http://statistica.ru/theory/neparametricheskie-kriterii/?ysclid=l4sp6k8o3y777345006>

[https://tsput.ru/res/informat/mop/lections/lection\\_6.htm?ysclid=l4sp6zzwxk943653926#\\_Toc72829041](https://tsput.ru/res/informat/mop/lections/lection_6.htm?ysclid=l4sp6zzwxk943653926#_Toc72829041)  
<https://mse.msu.ru/wp-content/uploads/2020/04/Лекция-9-непараметрические-методы.pdf?ysclid=l4spaqud5g818054288>  
<https://disshelp.ru/blog/osnovnye-statisticheskie-kriterii-t-kriterij-vilkoksona/?ysclid=l4sps48i3x246059969>  
<https://tvims.nsu.ru/chernova/ms/lec/node49.html>  
<https://medstatistic.ru/methods/methods4.html?ysclid=l4sqv2p8e2203265043>  
[https://www.hmong.press/wiki/Pearson\\_chi-squared\\_test](https://www.hmong.press/wiki/Pearson_chi-squared_test)  
<https://100task.ru/sample/38.aspx>