

# Понятие линейности. Дифференциальное уравнение: понятие линейности по производной. Как линейность зависимости приводит к экспоненциальной модели?

**Линейность** - это свойство математической связи (функция), которая может быть графически представлена прямой линией. **Линейность** тесно связана с пропорциональностью. Примеры в физике включают **линейную** зависимость напряжения и тока в электрическом проводнике (закон Ома), и соотношение массы и веса.

## §14. Линейные дифференциальные уравнения $n$ -го порядка

### 1. Общие понятия и определения

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. *Линейным дифференциальным уравнением  $n$ -го порядка* называется уравнение, линейное относительно неизвестной функции  $y$  и ее производных  $y'$ ,  $y''$ , ...,  $y^{(n)}$ , т.е. уравнение вида

$$p_0(x) \cdot y^{(n)} + p_1(x) \cdot y^{(n-1)} + \dots + p_{n-1}(x) \cdot y' + p_n(x) \cdot y = g(x), \quad (7)$$

где  $p_i(x)$  ( $i = 0, 1, 2, \dots, n$ ) и  $g(x)$  – заданные функции.

Если  $g(x) \equiv 0$ , то уравнение (7) называется *линейным однородным*.

Если  $g(x) \not\equiv 0$ , то уравнение (7) называется *линейным неоднородным* (или *уравнением с правой частью*).

## Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.

ДУ первого порядка называется **линейным**, если неизвестная функция  $y(x)$  и её **производная** входят в уравнение в первой степени:

$$\frac{dy}{dx} + p(x)y = q(x)$$

здесь  $p(x)$ ,  $q(x)$  - непрерывные функции.

Примеры:



$$\frac{dy}{dx} - \sin(x)y = \operatorname{ctg}(x);$$

$$y' + (1 + x^2)y = 37 \cdot x + 5.$$

## Экспоненциальная модель

Экспоненциальная модель  $y = e^{a+bx}$  сводится к линейной регрессии при помощи следующих преобразований:

$$y^* = \ln y, \Rightarrow y^* = a + b x \quad (4.4)$$